PLANEACIÓN DE AULA

Grado: **DÉCIMO**	**Area/Asignatura:** **ESTADÍSTICA**	**Fecha :** **14/08/2023 – 15/09/2023**
Docente / C.D.A.: **GLORIA MARÍA TORRES DÍAZ/MATEMÁTICAS MEDIA**		
Sede: **PRINCIPAL**	**Periodo Académico:** **TERCER PERIODO**	
Eje temático: **MEDIDAS DE DISPERSIÓN**		
Tiempo de Ejecución: CINCO SEMANAS		

APRENDIZAJES

1. Objetivos de aprendizajes

- Reconocer los atributos que poseen las medidas de dispersión.
- Interpretar el significado de las medidas de dispersión en un análisis de datos.

2. Referentes curriculares (EBC, DBA, Matriz de Referencia, Mallas de Aprendizaje)

PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS
Establece relaciones y diferencias entre las diferentes situaciones aleatorios y decidir su uso.

DBA 9: Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencia central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos.

3. Evidencias de Aprendizajes / Desempeños Esperados

- Encuentra las medidas de tendencia central y de dispersión, usando, cuando sea posible, herramientas tecnológicas.
- Interpreta y compara lo que representan cada una de las medidas de tendencia central en un conjunto de datos.
- Interpreta y compara lo que representan cada una de las medidas de dispersión en un conjunto de datos.
- Usa algunas de las propiedades de las medidas de tendencia central y de dispersión para caracterizar un conjunto de datos.
- Formula conclusiones sobre la distribución de un conjunto de datos,

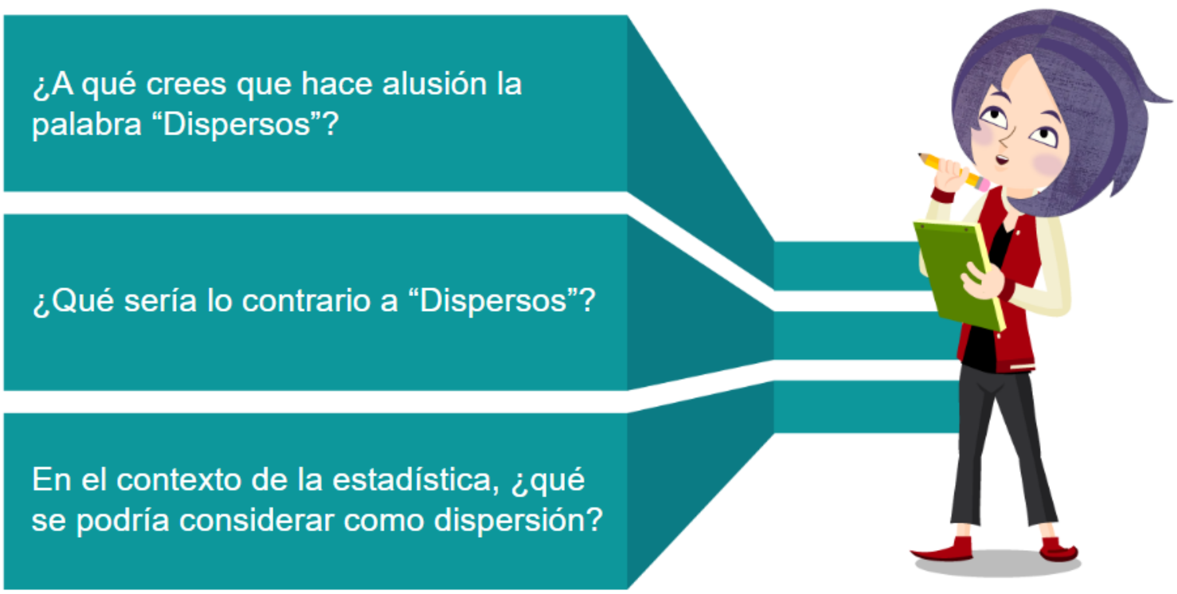
empleando más de una medida.

4. Recursos y materiales

Tablero, marcadores de colores

MOMENTOS DE LA CLASE

1. Inicio /exploración de saberes previos



2. Contenido / Estructuración

Varianza y desviación estándar de datos agrupados de variable discreta

Si se trabaja con una tabla de frecuencias con datos agrupados de una variable discreta, es decir, la variable toma valores puntuales, no intervalos de valores, podemos calcular la varianza y la desviación estándar usando las siguientes fórmulas.

Varianza y desviación estándar para datos agrupados

	Varianza	Desviación estándar	Media	Número de elementos
Población	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \mu)^2}{N}$	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{N}$	$N = \sum_{i=1}^{k} f_i$
Muestra	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	$s = \sqrt{s}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{n}$	$n = \sum_{i=1}^{k} f_i$

Donde:
f_i: frecuencia absoluta de cada valor, es decir, número de veces que aparece en el estudio
x_i: valor de los elementos de la población
σ^2: varianza de la población
σ: desviación estándar de la población
μ: media poblacional
s^2: varianza de la muestra
s: desviación estándar de la muestra
$\bar{x}$: media de la muestra
k: número de clases

Debemos fijarnos siempre si estamos trabajando con datos que forman una población o con datos que forman una muestra, pues las formulas son diferentes.

En los problemas, se seguirán los siguientes pasos:

1. Se calcula el número de elementos
2. Se calcula la media
3. Se calcula la varianza
4. Se calcula la desviación estándar

Ejemplo:
Calcular la varianza y la desviación estándar de las edades de una población de niños que asisten a una fiesta infantil.

Edad (años) x_i	Frecuencia f_i
3	6
4	12
5	4
6	12
7	6

Para calcular la varianza y la desviación estándar, empezamos calculando el número de elementos de la población:

$$N = \sum_{i=1}^{k} f_i$$

En la tabla se suman las frecuencias:

Edad (años) x_i	Frecuencia f_i
3	6
4	12
5	4
6	12
7	6
$\sum$	40

Y así, se obtiene el número de elementos de la población (N)

$$N = \sum_{i=1}^{k} f_i = 40$$

A continuación, se calcula la media poblacional partiendo de su fórmula:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{N}$$

En la tabla de frecuencias se agrega la columna $x_i \cdot f_i$

Edad (años) x_i	Frecuencia f_i	$x_i \cdot f_i$
3	6	18
4	12	48
5	4	20
6	12	72
7	6	42
$\sum$	40	200

Ahora sí, se calcula la media poblacional:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{N} = \frac{200}{40} = 5\ años$$

En la tabla, se agregan tres columnas más, para completar las expresiones de la fórmula de varianza de la población.

Edad (años) x_i	Frecuencia f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$f_i \cdot (x_i - \mu)^2$
3	6	18	-2	4	24
4	12	48	-1	1	12
5	4	20	0	0	0
6	12	72	1	1	12
7	6	42	2	4	24
∑	40	200			72

Se remplazan los datos en la fórmula de varianza:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{72}{40} = 1{,}8\ (años)^2$$

El valor de la varianza de esta población es de 1,8 $(\text{años})^2$. Ten en cuenta que la varianza queda expresada en las unidades originales elevadas al cuadrado, por ello, nos quedaría en $(\text{años})^2$.

Finalmente, se calcula la desviación estándar, teniendo en cuenta que es la raíz cuadrada positiva de la varianza:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1{,}8\ (años)^2} = 1{,}34\ años$$

El valor de la desviación estándar poblacional es de 1,34 años.

Varianza y desviación estándar para datos agrupados por intervalos

Si necesitamos calcular la varianza y la desviación estándar de un conjunto de datos agrupados por intervalos en una tabla de frecuencias, se hará uso de las siguientes fórmulas.

Varianza y desviación estándar para datos agrupados

	Varianza	Desviación estándar	Media	Número de elementos
Población	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \mu)^2}{N}$	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{N}$	$N = \sum_{i=1}^{k} f_i$
Muestra	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	$s = \sqrt{s}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{n}$	$n = \sum_{i=1}^{k} f_i$

Donde:
f_i: frecuencia absoluta de cada valor, es decir, número de veces que aparece en el estudio
x_i: valor de los elementos de la población
σ^2: varianza de la población
σ: desviación estándar de la población
μ: media poblacional
s^2: varianza de la muestra
s: desviación estándar de la muestra
$\bar{x}$: media de la muestra
k: número de clases

En los problemas, se siguen los siguientes pasos:

1. Se calcula el número de elementos
2. Se calculan las marcas de clase
3. Se calcula la media
4. Se calcula la varianza
5. Se calcula la desviación estándar

Ejemplo:
Calcular la varianza y la desviación estándar de una población de niños a partir de la siguiente tabla.

Edad (años)	Frecuencia f_i
[0 - 2)	7
[2 - 4)	8
[4 - 6)	8
[6 - 8]	7

En este caso, nos dicen que los datos pertenecen a una población de niños, por lo tanto, usaremos las fórmulas de la población.
Primero, calculamos el número de elementos de la población N:

$$N = \sum_{i=1}^{k} f_i$$

Con ayuda de la tabla, calculamos la suma de las frecuencias f_i.

Edad (años)	Frecuencia f_i
[0 - 2)	7
[2 - 4)	8
[4 - 6)	8
[6 - 8]	7
Σ	30

Ahora sí, se calcula N.

$$N = \sum_{i=1}^{k} f_i = 30$$

Como segundo paso, calcularemos las marcas de clase. Recordemos que la marca de clase xi, es el punto medio del límite inferior y el límite superior de cada intervalo. Se calcula con la siguiente fórmula:

$$x_i = \frac{L_i + L_s}{2}$$

Agregamos una columna más a nuestra tabla para la marca de clase x_i:

Edad (años)	Marca de clase x_i	Frecuencia f_i
[0 - 2)	1	7
[2 - 4)	3	8
[4 - 6)	5	8
[6 - 8]	7	7
	Σ	30

Como tercer paso, calculamos la media poblacional:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{N}$$

Agregamos una columna más a nuestra tabla, dónde colocaremos los valores de $x_i \cdot f_i$:

Edad (años)	Marca de clase x_i	Frecuencia f_i	$x_i \cdot f_i$
[0 - 2)	1	7	7
[2 - 4)	3	8	24
[4 - 6)	5	8	40
[6 - 8]	7	7	49
	$\sum$	30	120

Aplicamos la fórmula:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{N} = \frac{120}{30} = 4\ años$$

La media poblacional µ tiene un valor de 4 años.

Como cuarto paso, calculamos la varianza de la población:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \mu)^2}{N}$$

Agregamos más columnas a nuestra tabla, buscando la forma de la fórmula de la varianza:

Edad (años)	Marca de clase x_i	Frecuencia f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$f_i(x_i - \mu)^2$
[0 - 2)	1	7	7	-3	9	63
[2 - 4)	3	8	24	-1	1	8
[4 - 6)	5	8	40	1	1	8
[6 - 8]	7	7	49	3	9	63
	$\sum$	30	120			142

Aplicamos la fórmula de la varianza de la población:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{142}{30} = 4{,}73\ (años)^2$$

Recuerda que la varianza queda expresada en unidades al cuadrado, por ello, nos queda en años al cuadrado.

Como último paso, calculamos la desviación estándar, recordando que es la raíz cuadrada positiva de la varianza.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{4{,}73\ (años)^2}$$

$$\sigma = 2{,}175\ años$$

El valor de la desviación estándar poblacional σ es de 2,175 años.

Coeficiente de variación

El coeficiente de variación es una medida de dispersión relativa (libre de unidades de medida), que se define como el cociente de la desviación estándar entre la media aritmética. Su fórmula es la siguiente:

CV de la población	CV de la muestra
$CV = \frac{desviación\ estándar}{media} = \frac{\sigma}{\mu}$	$CV = \frac{desviación\ estándar}{media} = \frac{s}{\bar{x}}$

Donde:
σ: desviación estándar de la población
μ: media de la población
s: desviación estándar de la muestra
$\bar{x}$: media de la muestra

3. Práctica / Transferencia

Para lograr los objetivos, se organizan los estudiantes en grupos de 4 y se les presenta la siguiente actividad:

ACTIVIDAD 1

1. Si el conjunto de datos formado por 1, 3, 5 y 7 corresponde a una población, calcular la varianza y la desviación estándar.
2. Los salarios por hora de una muestra de empleados de una tienda son: $12, $20, $16, $18 y $19. Calcular la varianza y la desviación estándar.
3. Si el conjunto de datos formado por 12, 6, 7, 10, 11, 12, 6, 11, 14 y 11 corresponde a una población, calcular la varianza y la desviación estándar.
4. Los siguientes datos son una muestra de la tasa de producción diaria de autos en una fábrica de Japón. Los datos son:17, 18, 21, 27, 21, 17, 22, 22, 20, 23, 18. El jefe de producción siente que una desviación estándar mayor a 3 autos por día indica variaciones de tasas de producción inaceptables. ¿Debe preocuparse por la tasa de producción de la fábrica?
5. Considere una muestra con los datos 27, 25, 20, 15, 30, 34, 28 y 25. Calcular el rango, la varianza y la desviación estándar.

ACTIVIDAD 2

1. Calcular la desviación media de las longitudes de las barras de acero indicadas en la siguiente tabla:

Longitud (m) x_i	Frecuencia f_i
3	9
4	12
5	9

2. Calcular la desviación media de las edades de las personas indicadas en la tabla:

Edad (años)	Frecuencia f_i
[0 – 10)	7
[10 – 20)	11
[20 – 30]	7

3. Calcular la varianza y desviación estándar de las edades de una población de niños a partir de la siguiente tabla:

Edad (años) x_i	Frecuencia f_i
3	9
4	12
5	9

4. Calcular la varianza y desviación estándar de las edades de una población de niños a partir de la siguiente tabla:

Edad (años)	Frecuencia f_i
[0 – 4)	7
[4 – 8)	11
[8 – 12]	7

5. Una encuesta realizada a una muestra de alumnos para conocer el número de horas que navegan semanalmente en internet, arrojó los datos de la tabla. Calcular la varianza y la desviación estándar.

Horas	Frecuencia fi
[0 - 10)	2
[10 - 20)	3
[20 - 30)	3
[30 - 40)	7
[40 - 50]	5

ACTIVIDAD 3

1. Una población de alumnos tiene una estatura media de 180 cm con una

desviación estándar de 18 cm. Estos mismos alumnos, tienen un peso medio de 60 kg con una desviación estándar de 12 kg. ¿Cuál de las 2 variables presenta mayor dispersión relativa?

2. El peso de una muestra de futbolistas de Perú tiene una media de 60 kg y una desviación estándar de 5 kg, mientras que el peso de otra muestra de futbolistas de Colombia tiene una media de 85 kg y una desviación estándar de 6,8 kg. ¿Cuál de las muestras de futbolistas tiene mayor dispersion relativa respecto al peso de los jugadores?
3. Calcular el coeficiente de variación del siguiente conjunto de datos: 2, 4, 6, 8 y 10; sabiendo que forman una población.
4. Selecciona una muestra de un salón de tu institución, determina el peso y la talla del conjunto de datos, además, halla:
   a. La media
   b. La varianza
   c. La desviación estándar
   d. El coeficiente de variación
   e. ¿Cuál de las dos variables, tiene mayor dispersión relativa?

4. Descripción de la Evaluación y Valoración/cierre

Para la evaluación se tendrá en cuenta:

Criterio	Porcentaje sobre nota
Participación en clase	10%
Presentación de la actividad	50%
Sustentación	40%

Para una puntuación máxima de 10.