Planeación de aula.

Identificación

Grado/Grupo: 9 (1-2-3)	**Area/Asignatura: Geometría**	**Fecha :** **06 Febrero/ 06 Marzo**
Docente / C.D.A.: MAURICIO CONTRERAS ESPAÑA		
Sede: Principal	**Periodo Académico: PRIMERO**	
Eje temático : Proposiciones Lógicas (Teoremas)		
Tiempo de Ejecución: 3 semanas		

Aprendizajes

1. Objetivos de aprendizajes

- Proporcionar al alumno los elementos básicos y conceptos de la lógica matemática, necesarios para el estudio más profundo de los fundamentos de las matemáticas.
- Distinguir los tipos de demostraciones utilizados en matemáticas.
- Comprender la importancia de la lógica simbólica en el estudio de los fundamentos de las matemáticas.

2. Referentes curriculares (EBC, DBA, Matriz de Referencia, Mallas de Aprendizaje)

EBC: Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

DBA 5. Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.

DBA 6. Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales y tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.

3. Evidencias de Aprendizajes / Desempeños Esperados

- Describe y justifica procesos de medición de longitudes.
- Explica propiedades de figuras geométricas que se involucran en los procesos de medición.
- Justifica procedimientos de medición a partir del Teorema de Thales, Teorema de Pitágoras y relaciones intra e interfigurales.
- Valida la precisión de instrumentos para medir longitudes.
- Propone alternativas para estimar y medir con precisión diferentes magnitudes.
- Reconoce regularidades en formas bidimensionales y tridimensionales.
- Explica criterios de semejanza y congruencia a partir del teorema de Thales.

- Compara figuras geométricas y conjetura sobre posibles regularidades.
- Redacta y argumenta procesos llevados a cabo para resolver situaciones de semejanza y congruencia de figuras.

4. Recursos y materiales

Pizarrón, lápices, cuadernos, proyector, regla, calculadora, computador, parlantes, material fotocopiado con ejemplos y ejercicios practicos.

Momentos de la clase

1. Inicio /exploración de saberes previos

-Saludo.
- Se da a conocer el o los objetivos de la clase.
-Se realizan preguntas introductorias de activación de conocimientos y contextualización del contenido, como:
¿ Has escuchado expresiones simples como; eres muy inteligente, el perro ladra fuerte, la luna es muy brillante, el sol NO es una estrella, o quizás más complejas como; Si estudias entonces apruebas el año escolar, si y sólo si apruebas el año salimos de paseo a playa, estudias o trabajas, estudias y trabajas?
¿ Sabes que es una proposición lógica?, ¿Qué es un conectivo lógico?

2. Contenido / Estructuración

Se empieza a trabajar con la información tomada del Libro, Los Caminos del Saber ***Pagina 220:***

1. Proposiciones lógicas

La lógica proposicional se aplica en todas las áreas del conocimiento para deducir nuevas ideas a partir de otras previamente establecidas. Particularmente, la lógica proposicional se aplica en computación, ya que con esta se puede analizar y sintetizar el tipo de información que manejan los circuitos lógicos.

Una **proposición lógica** es una expresión o un enunciado del cual se puede afirmar si es verdadero o falso.

Las proposiciones se representan con las letras *p*, *q*, *r* y *s* en minúscula. Cuando se determina si una proposición es verdadera o falsa, se le asigna un **valor de verdad**.

Las proposiciones se clasifican en **proposiciones simples** y **proposiciones compuestas**. Las proposiciones simples están conformadas por un solo enunciado y las proposiciones compuestas están conformadas por más de una proposición simple, unidas por conec-

En matemáticas se utilizan las siguientes proposiciones:

Postulado: es una proposición cuya veracidad se acepta sin demostración. Por ejemplo, la proposición "si dos planos diferentes se intersecan, su intersección es una recta", es un postulado.

Conjetura: es una proposición que se supone que es verdadera, pero que aún no ha sido demostrada o refutada. Por ejemplo, la proposición "todo número par mayor que 2 puede escribirse como la suma de dos números primos", es conocida como la conjetura de Goldbach.

Definición: es una proposición que describe, en forma clara y precisa, las características y propiedades de un objeto matemático. Por ejemplo, la proposición "dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es igual a 180°", es una definición.

Teorema: es una proposición que se demuestra a partir de postulados, definiciones y teoremas previamente demostrados. Por ejemplo, la proposición "la medida de un ángulo externo de un triángulo es mayor que las medidas de sus ángulos internos no contiguos", es un teorema.

Ejemplo:

> **Recuerda que...**
> En una proposición lógica no puede existir ambigüedad acerca de su valor de verdad, es decir, que siempre se debe poder determinar si es verdadera o falsa.

Determinar si los siguientes enunciados son proposiciones lógicas.

a. Las redes sociales han cambiado la forma de comunicación entre las personas.

Sí es una proposición lógica, porque se puede establecer si es falso o verdadero que las redes sociales han cambiado o no la comunicación entre las personas.

b. ¡Apúrate, vamos a llegar tarde!

No es una proposición, porque es una exclamación y, por tanto, no se puede determinar si es verdadera o falsa.

c. ¿Vas a ir a la fiesta?

No es una proposición, porque es una pregunta y, por tanto, no se puede determinar si es verdadera o falsa.

CONECTIVOS LÓGICOS

Los **conectivos lógicos** o **conectores** son palabras que se utilizan para unir dos proposiciones simples y construir una proposición compuesta.

Cada conectivo lógico está asociado a una determinada operación lógica. Las operaciones lógicas permiten determinar el valor de verdad de una proposición compuesta a partir del valor de verdad de las proposiciones simples que la conforman. Si p y q son proposiciones simples, se tiene que:

Conectivo lógico	Notación	Operación lógica	Proposición compuesta	Se lee
y	$\wedge$	Conjunción	$p \wedge q$	p y q
o	$\vee$	Disyunción	$p \vee q$	p o q
Si… entonces	$\Rightarrow$	Condicional	$p \Rightarrow q$	Si p entonces q
Si y sólo si	$\Leftrightarrow$	Bicondicional	$p \Leftrightarrow q$	p si y sólo si q

Otra operación lógica es la **negación**, la cual permite cambiar el valor de verdad de una proposición. Para simbolizar la negación de una proposición p se escribe $\neg p$ y se lee "no p".

Ejemplo:

1. Escribir las proposiciones compuestas a partir de las siguientes proposiciones simples.

p: El $\triangle ABC$ es equilátero.

q: Todos los ángulos interiores del $\triangle ABC$ miden 60°.

a. $p \wedge q$

La proposición compuesta $p \wedge q$ es: "el $\triangle ABC$ es equilátero y todos los ángulos interiores del $\triangle ABC$ miden 60°".

b. $q \Rightarrow p$

La proposición compuesta $q \Rightarrow p$ es: "si todos los ángulos interiores del $\triangle ABC$ miden 60°, entonces, el $\triangle ABC$ es equilátero".

En esta proposición q: "todos los ángulos interiores del $\triangle ABC$ miden 60°" es el antecedente, y la proposición p: "el $\triangle ABC$ es equilátero" es el consecuente.

2. Simbolizar la siguiente proposición.

Si Felipe pasa el año, entonces, irá a Aruba de vacaciones y si Felipe no pasa el año, entonces, deberá estudiar en vacaciones y no irá a Aruba.

Primero, se simbolizan todas las proposiciones simples.

p: Felipe pasa el año.

q: Felipe irá a Aruba de vacaciones.

r: Felipe deberá estudiar en vacaciones.

Luego, se simbolizan todas las proposiciones condicionales, teniendo en cuenta las proposiciones simples y las proposiciones compuestas que las conforman.

$p \Rightarrow q$: Si Felipe pasa el año, entonces, irá a Aruba de vacaciones.

$\neg p \Rightarrow (r \wedge \neg q)$: Si Felipe no pasa el año, entonces, deberá estudiar en vacaciones y no irá a Aruba.

Finalmente, se simboliza la conjunción entre las proposiciones condicionales.

$(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow (r \wedge \neg q))$

Es necesario trabajar Las Tablas de la Verdad:

LAS TABLAS DE LA VERDAD: Los valores de verdad

Toda proposición puede ser verdadera (V) o falsa (F).

Las tablas de verdad son un método para saber si una fórmula molecular (es decir, formada por varias proposiciones) es siempre V, a veces V o nunca V (es decir, siempre F).
Si los valores son siempre V tenemos una Tautología, si siempre son F estamos ante una contradicción.

Como hemos dicho, cualquier proposición puede tener valor V (verdadero) o F (falso). Cuando hacemos una tabla de verdad asignamos todas las combinaciones posibles de valores para esas variables proposicionales.

Si la formulación consta de una variable "p" tenemos 2 valores de verdad (V y F).
Si la formulación consta de 2 variables "p" y "q" tenemos 2 elevado a dos, es decir, 4 posibilidades.
Si la formulación consta de 3 variables “p”, “q” y “r”, tenemos 2 elevado a 3, es decir, 8 posibilidades.

La manera de construir las tablas de verdad e indicar los valores de verdad posibles para cada variable es la siguiente:

1 VARIABLE PROPOSICIONAL:

p
V
F

2 VARIABLES PROPOSICIONALES

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

3 VARIABLES PROPOSICIONALES

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Las tablas de todos los conectores lógicos son las siguientes:

1. NEGACIÓN:

p	¬p
V	F
F	V

2. Conjunción

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Sólo es verdadero si todos los valores son verdaderos.
Si tuviéramos 3 variables sólo sería verdadero cuando las 3 fueran verdaderas.

3. Disyunción

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Sólo es falso cuando todos los valores son falsos.

4. Condicional

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

5. Bicondicional

p	q	p <-> q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

CUANTIFICADORES

Recuerda que...
Siempre se debe indicar el conjunto universal al que se hace referencia, ya que para los elementos de un conjunto la proposición puede ser verdadera, pero para los elementos de otro conjunto la proposición puede ser falsa.

Un **cuantificador** es una expresión que hace referencia a la cantidad de elementos de un conjunto universal que cumplen una propiedad.

Los principales cuantificadores son:

Cuantificador universal: indica que todos los elementos de un conjunto universal cumplen una propiedad. Se simboliza $\forall$ y se lee "para todo". Por ejemplo, la proposición "todo triángulo equilátero es equiángulo" se simboliza $(\forall x)(p(x))$, donde x representa los triángulos equiláteros y p es la propiedad *ser equiángulo*.

Cuantificador existencial: indica que algunos elementos de un conjunto universal cumplen una propiedad. Se simboliza $\exists$ y se lee "existe". Por ejemplo, la proposición "algunos números enteros son negativos" se simboliza $(\exists x)(p(x))$, donde x representa los números enteros y p es la propiedad *ser negativo*.

Cuando se quiere indicar que "existe un único elemento" que cumple una propiedad se utiliza el símbolo $\exists!$.

Para negar una proposición con el cuantificador universal se utiliza el cuantificador existencial, y viceversa, para negar una proposición con el cuantificador existencial se utiliza el cuantificador universal. Simbólicamente la negación de una proposición con cuantificadores se representa así:

$$\neg((\forall x)(p(x))) \Leftrightarrow (\exists x)(\neg(p(x))) \quad \text{y} \quad \neg((\exists x)(p(x))) \Leftrightarrow (\forall x)(\neg(p(x)))$$

Ejemplo.

1. **Utilizar cuantificadores para negar cada una de las siguientes proposiciones. Luego, determinar su valor de verdad.**

a. Existen triángulos que son equiláteros.

Como la proposición utiliza el cuantificador existencial, su negación debe expresarse con el cuantificador universal. Por tanto, se tiene que la negación de la proposición es "todo triángulo es no equilátero", cuyo valor de verdad es falso.

b. La medida de los ángulos internos de un triángulo es 180°.

Como en esta proposición se utiliza un cuantificador universal, su negación debe escribirse con el cuantificador existencial. Por tanto, la negación de la proposición es "existen triángulos en los que la suma de sus ángulos internos no es 180°". En este caso, la negación de la proposición es falsa.

2. **Simbolizar la proposición "algunos animales son mamíferos" a partir de la propiedad $q(x)$: x es mamífero, donde $x \in A$ y A es el conjunto de animales. Luego, escribir su negación.**

Primero, se simboliza la proposición con el cuantificador existencial $(\exists x \in A)(q(x))$.

Luego, se niega la proposición.

La negación $\neg((\exists x \in A)(q(x)))$ que equivale a $(\forall x \in A)(\neg(q(x)))$.

Finalmente, se tiene que la negación de la proposición en lenguaje natural es "todos los animales no son mamíferos" o "ningún animal es mamífero".

Para afianzar y tener mayor comprensión de lo trabajado en clase, se presentan unos videos relacionados a la temática de proposiciones:

https://www.youtube.com/watch?v=sh57McJL5Zo

https://www.youtube.com/watch?v=YFJnRxOed5Y&list=RDQMPxGD_wWUfd4&start_radio=1

3. Práctica / Transferencia

ACTIVIDAD 1 (Pag. 223)

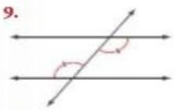
Determina cuáles de las siguientes expresiones son proposiciones.

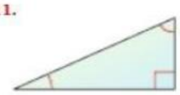
1. Sube al cuarto piso.
2. El triángulo *ABC* es equilátero.
3. ¿Qué es un ángulo obtuso?
4. La suma de las medidas de dos ángulos suplementarios es igual a 90°.
5. Un triángulo es isósceles si tiene únicamente dos lados congruentes.

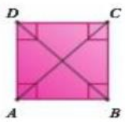
Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifica tu respuesta.

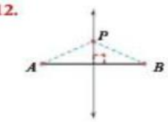
6. Un polígono cóncavo tiene un ángulo interno cuya medida es mayor que 180°.
7. Un ángulo recto mide 75°.
8. Un triángulo puede tener un ángulo interno mayor que 180°.

Escribe dos proposiciones verdaderas teniendo en cuenta cada figura.

9.


11.


10.


12.


Escribe en lenguaje natural las siguientes proposiciones compuestas.

p: *ABCD* es un cuadrilátero.

q: Tiene solo un par de lados paralelos.

r: Es un trapecio.

s: Tiene dos lados congruentes.

t: Es un triángulo isósceles.

13. $p \wedge s$
14. $r \wedge q$
15. $p \wedge r$
16. $r \vee t$
17. $t \Rightarrow \neg q$
18. $(p \wedge q) \Leftrightarrow r$

Simboliza cada proposición compuesta a partir de las siguientes proposiciones simples.

p: Sus ángulos internos son congruentes entre sí.

q: Es un triángulo equilátero.

r: Es un cuadrado.

s: Tiene cinco lados.

19. Tiene cinco lados y sus ángulos internos son congruentes entre sí.
20. Es un triángulo equilátero o es un cuadrado.
21. Si tiene cinco lados, entonces, no es un cuadrado.
22. Si sus ángulos internos son congruentes entre sí, entonces, es un cuadrado o es un triángulo equilátero.
23. Es un cuadrado si y sólo si sus ángulos internos son congruentes y no tiene cinco lados.

Escribe cada proposición compuesta $p \Rightarrow q$ e indica cuál es el antecedente y cuál es el consecuente. Luego, determina el valor de verdad.

24. El suplemento de un ángulo agudo es agudo.
25. Las bisectrices de dos ángulos adyacentes son perpendiculares.
26. Dos ángulos opuestos por el vértice son congruentes.
27. Dos ángulos congruentes son opuestos por el vértice.

Simboliza la negación de cada proposición. Luego, determina su valor de verdad.

28. Todo polígono es convexo.
29. Algunos polígonos son cóncavos.
30. Todo polígono regular es convexo.
31. Todo polígono convexo es cóncavo.
32. Algunos polígonos no son regulares.

33. **Resuelve. Francisco le muestra a Juan el retrato de un niño mientras le dice: "no tengo hermanos ni hermanas, pero el padre de este niño es el hijo de mi padre".**

¿Quién es el niño de la fotografía?

ACTIVIDAD 2

1.- Escriba en forma simbólica los siguientes enunciados

a) Si las exportaciones disminuyen entonces bajarán las utilidades
b) Los precios son altos si y sólo sí los costos aumentan
c) Si la producción aumenta entonces bajarán los precios
d) Si aumenta la demanda esto implica que aumenta la oferta y viceversa
e) Si la contaminación aumenta entonces existirá restricción vehicular adicional

2.- Si p y r son proposiciones verdaderas y q es falsa ,determine el valor de verdad de :

a) $[(p \wedge \sim q) \vee \sim r] \Rightarrow q$
b) $[(\sim r \vee q) \wedge (r \vee \sim p)] \Leftrightarrow \sim r$
c) $[(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim r] \vee [\sim q \Rightarrow r]$

3.- ¿ Qué condiciones debe satisfacer p y q para que la siguiente proposición sea :

a) $[(q \Leftrightarrow p) \wedge \sim q] \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ Falsa
b) $[(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim r] \vee [\sim q \Rightarrow r]$ Falsa
c) $\{ \sim p \wedge (p \vee q) \} \wedge [p \Leftrightarrow q]$ Verdadera

4. Descripción de la Evaluación y Valoración/cierre

El proceso de evaluación va ser formativo y la evaluación cualitativa-cuantitativa, siguiendo los referentes de calidad (DBA y evidencias de aprendizajes). Sin embargo, debe haber una explicación de la actividad evaluativa, y de los criterios que se tendrán en cuenta para evidenciar el logro del resultado del aprendizaje.

Se tendrá en cuenta la participación asertiva, respuestas a preguntas planteadas por el docente, actividades en clase, pruebas escritas semejantes a las actividades planteadas en los diferentes momentos de la clase.

Criterios de Evaluación

- Representa información estructurada a partir de los elementos de la lógica matemática:
- Determina el valor de verdad de las proposiciones compuestas tomando en cuento los conectivos utilizados.
- Emite juicios argumentando procedimientos y resultados
- Argumenta el procedimiento utilizado a partir de teoremas aplicados.
- Utiliza los axiomas para resolver una situación presentada.