PLANEACIÓN DE AULA

Identificación

Grado: **ONCE**	**Área/Asignatura:** **MATEMÁTICAS**	**Fecha:** **13/03/2023 – 31/03/2023**
Docente / C.D.A.: **GLORIA MARÍA TORRES DÍAZ**		
Sede: **PRINCIPAL**	**Periodo Académico:** **PRIMER PERIODO**	
Eje temático: **DEFINICIONES DE PROBABILIDAD**		
Tiempo de Ejecución: TRES SEMANAS		

Aprendizajes

1. Objetivos de aprendizajes

- Halla la probabilidad total de sucesos a partir de las probabilidades condicionadas de otros sucesos

2. Referentes curriculares (EBC, DBA, Matriz de Referencia, Mallas de Aprendizaje)

DBA 10. Plantea y resuelve problemas en los que se reconoce cuando dos eventos son o no independientes y usa la probabilidad condicional para comprobarlo

PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS
Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos
Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con remplazo)

3. Evidencias de Aprendizajes / Desempeños Esperados

- Propone problemas a estudiar en variedad de situaciones aleatorias
- Reconoce los diferentes eventos que se proponen en una situación o problema
- Interpreta y asigna la probabilidad de cada evento

4. Recursos y materiales

Tablero, marcadores de colores.

MOMENTOS DE LA CLASE

1. Inicio /exploración de saberes previos

Una pareja planifica tener tres hijos. Considerando solo el género de éstos:

a. Halla el espacio muestral
b. Determina si cada uno de los siguientes eventos es simple o no.
- Obtener un solo varón
- Obtener 3 niñas
- Obtener un varón como primogénito
- Obtener todos sus hijos de igual género

2. Contenido / Estructuración

Antes de seguir profundizando en el campo de la teoría de la probabilidad es importante presentarles algunas notaciones básicas de la misma. Utilizaremos la letra P para denotar una probabilidad. Es común utilizar letras mayúsculas como A, B y C para denotar eventos específicos de un experimento. Por lo tanto, la probabilidad de que ocurra el evento A lo denotamos como P(A).

DEFINICIONES DE PROBABILIDAD

La probabilidad de que ocurra un evento se mide por un número entre cero y uno, inclusive, si un evento nunca ocurre, su probabilidad asociada es cero, mientras que si ocurriese siempre su probabilidad sería igual a uno. Así, las probabilidades suelen venir expresadas como decimales, fracciones o porcentajes.
En el caso de utilizar fracciones para expresar probabilidades, las mismas pueden ser simplificadas, pero no es necesario hacerlo.
Existen diferentes formas para definir la probabilidad de un evento basadas en formas distintas de calcular o estimar la probabilidad.

Definición clásica de Laplace, “a priori” o teórica

El enfoque clásico o "a priori" para definir la probabilidad es proveniente de los juegos de azar. Esta definición es de uso limitado puesto que descansa sobre la base de las siguientes dos condiciones:

- El espacio muestral (S) del experimento es finito (su número total de elementos es un número natural n = 1, 2, 3, …).
- Los resultados del espacio muestral deben ser igualmente probables (tienen la misma posibilidad de ocurrir).

Bajo estas condiciones, suponga que realizamos un experimento. El número total de elementos del espacio muestral del experimento es denotado como *n(S)*. Dicho de otro modo, *n(S)* representa el número total de eventos simples distintos posibles al realizar un experimento. Además, si *A* es un evento de este experimento, el número total de elementos del espacio muestral contenidos en *A* es denotado como *n(A)*. Es decir, *n(A)* representa el número total de formas distintas en que *A* puede ocurrir. Entonces, la probabilidad de que *A* ocurra la definimos como:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{número de formas distintas en que } A \text{ puede ocurrir}}{\text{número total de eventos simples distintos posibles}}.$$

A partir de esta definición las probabilidades de los posibles resultados del experimento se pueden determinar a priori, es decir, sin realizar el experimento.

Ejemplos:

1. Si se extrae una carta de un paquete de 52 cartas de las cuales 26 son negras (13 espadas A, 2, 3, … , 10, J, Q, K); 13 son tréboles); y 26 son rojas (13 corazones y 13 diamantes), halle la probabilidad de que la carta sea:

- **a.** Una K
- **b.** Roja
- **c.** De diamante

Solución:

a. Suponga que K es el evento de obtener una carta que sea K, entonces $P(K)=\frac{n(K)}{n(S)}=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$ porque el evento de *"extraer una K"* consta de 4 de los 52 resultados igualmente probables.

b. Suponga que R es el evento de obtener una carta que sea roja, entonces $P(R)=\frac{26}{52}=\frac{1}{2}$ porque el evento de *"extraer una carta roja"* consta de 2 de los 52 resultados igualmente probables.

c. Suponga que D es el evento de obtener una carta que sea de diamante, entonces $P(D)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$ porque el evento de *"extraer una carta de diamante"* consta de 13 de los 52 resultados igualmente probables.

2. ¿Cuál es la probabilidad de que en una familia que tiene tres hijos, haya dos niñas y un niño, si se considera igualmente probable el nacimiento de un niño o niña?

Solución: Usando *"a"* para niña y *"o"* para niño, el espacio muestra es: S = {aaa, aao, aoa, aoo, oaa, oao, ooa, ooo} por lo que $n(S)=8$. Definimos el evento A como que haya dos niñas y un niño, entonces A = {aao, aoa, oaa } y $n(A)=3$. Por lo tanto,

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A)=\frac{3}{8}$$

$$P(A) = 0.375 \quad \text{o} \quad P(A) = 37.5\%.$$

Bajo las mismas premisas de este ejemplo, podemos concluir que el 37.5% de las familias que tienen tres hijos, de éstos dos son niñas y uno es niño.

Definición empírica, "a posteriori", experimental o de frecuencia relativa

La definición clásica se ve limitada a situaciones en las que hay un número finito de resultados igualmente probables. Lamentablemente, hay situaciones prácticas que no son de este tipo y la definición "a priori" no se puede aplicar. Por ejemplo, si se pregunta por la probabilidad de que un paciente se cure mediante cierto tratamiento médico, o la probabilidad de que una determinada máquina produzca artículos defectuosos, entonces no hay forma de introducir resultados igualmente probables. Para responder a estas preguntas podemos utilizar el enfoque empírico, en el cual para determinar los valores de probabilidad se require de la observación y de la recopilación de datos. La definición empírica se basa en la frecuencia relativa de ocurrencia de un evento con respecto a un gran número de repeticiones del experimento. En otras palabras, la definición empírica se basa número de veces que ocurrió el evento entre el número total de repeticiones del experimento. También se le denomina a posteriori, ya que el resultado se obtiene después de realizar el experimento un cierto número grande de veces.

Si queremos conocer la probabilidad del evento *A* según este enfoque realizamos el experimento un gran número de veces y contamos cuántas veces *A* ocurre. Con base en estos resultados reales, *P(A)* se estima de la siguiente forma:

$$P(A) = \frac{\text{número de veces que ocurrió } A}{\text{número de veces que se repitió el experimento}}$$

Este enfoque de probabilidad no implica ningún supuesto previo de igualdad de probabilidades.

Ejemplos:

1. Queremos seleccionar una moneda al azar de un envase que contiene una cantidad desconocida de monedas de \$100, \$200, \$500 y \$1.000. Para determinar la probabilidad de cada evento posible, seleccionamos 50 monedas al azar con reemplazo (la moneda seleccionada vuelve a echarse en el envase para la próxima selección) de este envase. La siguiente tabla resume las frecuencias (veces que ocurren) de cada moneda.

Moneda obtenida (\$)	Frecuencia
100	5
200	18
500	12
1.000	15

Según los datos recopilados, si seleccionamos una moneda de este envase,

a. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de \$1.000?
b. ¿Cuál es el evento menos probable?
c. ¿Cuál es el evento que debemos predecir?

Respuesta: Notemos que al no conocer el número de monedas de cada clase que hay en el envase, no podemos utilizar la probabilidad clásica para hallar la probabilidad de cada evento posible. Pero, utilizando los resultados anteriores resumidos en la tabla podemos concluir que:

a. Si A es el evento de obtener una moneda de $1.000, entonces

$$P(A) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$$

b. El evento menos probable es el de menor frecuencia, es decir, obtener una moneda de $100

c. El evento que debemos predecir es el más probable, por lo tanto, es el evento de mayor frecuencia, es decir, obtener una moneda de $200

2. Se conoce que una moneda está cargada. Esto significa que un lado de la moneda se obtiene con mayor frecuencia que el otro lado al lanzarla al azar un número grande de veces. Para determinar la probabilidad de que caiga cara, la moneda se lanza 60 veces al aire, de las cuales 24 veces cayó cara. Si aplicamos la fórmula obtenemos:

$$P(\text{cara}) = \frac{24}{60}$$

$$P(\text{cara}) = 0.4$$

$$P(\text{cara}) = 40\%$$

Al calcular probabilidades con este método de frecuencias relativas obtenemos una aproximación en vez de un valor exacto. A mayor número de veces que repitamos el experimento, más cerca estará la aproximación del valor real. Esta propiedad se enuncia en forma de teorema, el cual se conoce comúnmente como la *ley de los números grandes*.

Ley de los Números Grandes

Conforme un experimento se repite una y otra vez, la probabilidad de frecuencias relativas de un evento tiende a aproximarse a la probabilidad real.

Cuando se usa la definición empírica, es importante tomar en cuenta los siguientes aspectos:

i. La probabilidad obtenida de esta manera es únicamente una estimación del valor real.

ii. Cuanto mayor sea el número de repeticiones del experimento, tanto major será la estimación de la probabilidad.

iii. La probabilidad es propia de sólo un conjunto de condiciones idénticas a aquéllas en las que se obtuvieron los datos, o sea, la validez de emplear esta definición depende de que las condiciones en que se realizó el experimento sean repetidas idénticamente.

Definición subjetiva

La definición clásica se ve limitada a situaciones en las que hay un número finito de resultados igualmente probables. Lamentablemente, hay situaciones prácticas que no son de este tipo y la definición “a priori” no se puede aplicar. Por ejemplo, si se pregunta por la probabilidad de que un paciente se cure mediante cierto tratamiento médico, o la probabilidad de que una determinada máquina produzca artículos defectuosos, entonces no hay forma de introducir resultados igualmente probables. Para responder a estas preguntas podemos utilizar el enfoque empírico, en el cual para determinar los valores de probabilidad se requiere de la observación y de la recopilación de datos. La definición empírica se basa en la frecuencia relativa de ocurrencia de un evento con respecto a un gran número de repeticiones del experimento. En otras palabras, la definición empírica se basa número de veces que ocurrió el evento entre el número total de repeticiones del experimento. También se le denomina a posteriori, ya que el resultado se obtiene después de realizar el experimento un cierto número grande de veces.

El enfoque subjetivo no depende de la repetitividad de ningún evento y permite calcular la probabilidad de sucesos únicos. Por ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de que un edificio colapse ante un terremoto? Este evento puede que ocurra o que nunca ocurra, pero es lógico pensar que no podemos repetir los terremotos un número grande de veces y contar el número de veces que el edificio colapsa para calcular esa probabilidad. Sin embargo, un especialista en el área puede asignar una probabilidad basada en su juicio de toda la información relevante a la que pueda tener acceso.

Ejemplos:

1. Un analista deportivo afirma que Estados Unidos tiene una probabilidad de 90% de ganar la medalla de oro en baloncesto en las próximas olimpiadas. Notemos que esta probabilidad está basada en la confianza que el analista tiene de que el evento ocurra, con base en toda la evidencia que tiene disponible.
2. Un paciente le pregunta a su cardiólogo sobre cuánta probabilidad tiene de salir exitosa la operación de corazón abierto que le dijo que tenía que realizarle. Basado en el conocimiento de su condición y la experiencia obtenida al trabajar casos similares, el médico le contestó que tenía un 85% de probabilidad de que la operación sea un éxito.

3. Práctica / Transferencia

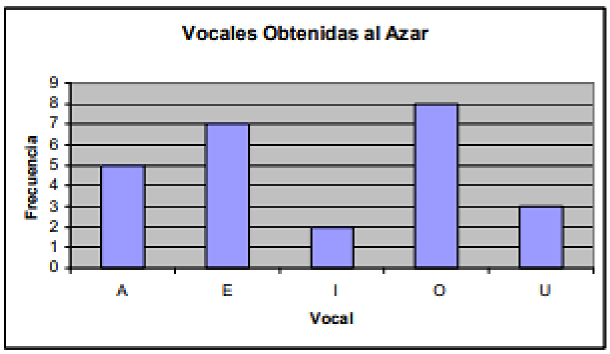
Actividad 1

1. Si usted es una de 7 personas de las cuales seleccionarán una al azar y todas las personas tienen igual probabilidad de ser seleccionada, ¿cuál es la probabilidad de que usted sea seleccionada?
2. En un envase hay 4 canicas rojas, 8 negras y 10 blancas. Si seleccionamos al azar una de estas canicas, ¿cuál es la probabilidad de que la canica sea negra?

3. Dos dados son lanzados al azar, uno rojo y uno blanco.
   a. Halle la probabilidad de que la suma sea 6.
   b. Halle la probabilidad de que la suma sea 5.
4. En un grupo de 50 personas hay 32 de ellas casadas y 18 solteras. Si seleccionamos una de estas personas al azar, ¿cuál evento es más probable, soltera o casada?

Actividad 2

1. Una tómbola contiene un número desconocido de cartas marcadas con una vocal cada una. Con el propósito de estimar la probabilidad de obtener cada resultado, se extrajo una carta al azar y con reemplazo de esta tómbola varias veces. La siguiente gráfica de barras presenta los resultados. A base de estos resultados:



   a. ¿cuál es el evento de menor probabilidad?
   b. ¿cuál es la probabilidad de obtener una E al extraer una carta de esta tómbola?
   c. ¿cuál evento predecirías?
2. Realiza el experimento de lanzar una botella con agua al azar 30 veces. Utiliza probabilidad empírica para determinar la probabilidad de que la botella caiga para al lanzarla al azar.

Actividad 3

1. La probabilidad de que terminen las negociaciones en un conflicto laboral en los próximos dos días es baja. Esto es un ejemplo de probabilidad
   A. Clásica
   B. Empírica
   C. Subjetiva
2. En una compañía que produce tornillos se toman 1,000 de ellos para probar su calidad. Se encontró que 7 estaban defectuosos. Por lo tanto, la probabilidad de comprar uno de los tornillos que está compañía produce y que el mismo esté defectuoso es $\frac{7}{1.000}$. Esto es un ejemplo de probabilidad
   A. Clásica
   B. Empírica
   C. Subjetiva
3. Hay seis participantes en una competencia de canto. A cada uno de ellos se le asigna un número diferente del 1 al 6. Se lanza un dado y el número que se

obtenga decide el primer participante para cantar. La probabilidad de que el participante número 4 sea el primero en cantar es $\frac{1}{6}$. Esto es un ejemplo de probabilidad

A. Clásica
B. Empírica
C. Subjetiva

4. A una profesora universitaria le pregunta uno de sus estudiantes la probabilidad de que él apruebe su curso. La profesora le contestó que un 50%. Esto es un ejemplo de probabilidad

A. Clásica
B. Empírica
C. Subjetiva

3. Descripción de la Evaluación y Valoración/cierre

Para la evaluación se tendrá en cuenta:

Criterio	Porcentaje sobre nota
Participación en clase	10%
Presentación de la actividad	50%
Sustentación	40%

Para una puntuación máxima de 10.