Planeación de aula

IDENTIFICACIÓN

Grado/Grupo: **DÉCIMO**	**Area/Asignatura:** **MATEMÁTICAS**	**Fecha :** **22/05/2023 – 09/06/2023**
Docente / C.D.A.: **GLORIA MARÍA TORRES DÍAZ**		
Sede: **PRINCIPAL**	**Periodo Académico:** **SEGUNDO PERIODO**	
Eje temático: **CLASIFICACIÓN DE LAS FUNCIONES**		

APRENDIZAJES

1. Objetivos de aprendizajes

- Identifica la expresión algebraica de una función exponencial
- Identifica una función exponencial a partir de su gráfica
- Identifica la expresión algebraica de una función logarítmica
- Grafica correctamente una función exponencial a partir de su expresión algebraica
- Soluciona problemas que se plantean a través de una situación particular

2. Referentes curriculares (EBC, DBA, Matriz de Referencia, Mallas de Aprendizaje)

DBA 4. Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.
DBA 7. Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS
Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales.
PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS
Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos.

3. Evidencias de Aprendizajes / Desempeños Esperados

Reconoce la relación funcional entre variables asociadas a problemas.
Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos.
Plantea modelos funcionales en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.

Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.
Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones.

4. Recursos y materiales

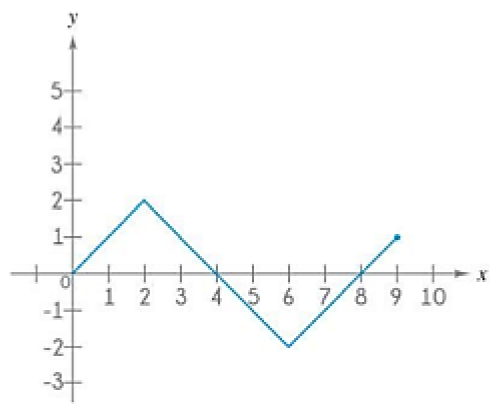
Tablero, marcadores de colores, computador.

MOMENTOS DE LA CLASE

1. Inicio /exploración de saberes previos

De acuerdo a la gráfica de $f(x)$, determinar:

- **a.** $f(3)$, $f(5)$ y $f(7)$
- **b.** Dominio de f
- **c.** Rango de f



2. Contenido / Estructuración

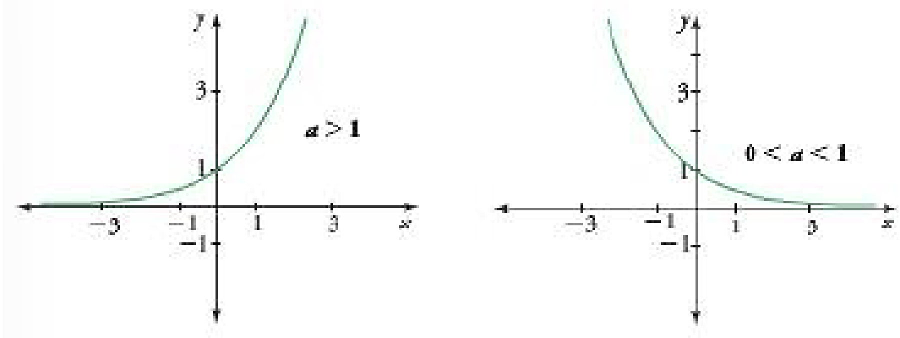
CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES

Función exponencial

Una función exponencial es una función de variable real cuya expresión algebraica es $f(x) = a^x$, donde a es un número real positivo diferente de 1. El valor de a es constante y se conoce como base de la función, x es la variable independiente.
Las características más importantes de una función exponencial $f(x) = a^x$ son:

- $Dom\ f = \mathbb{R}$ y $Ran\ f = \mathbb{R}^+$, esto se debe a que ninguna potencia de a toma valores negativos y nunca es igual a 0. Además, la función $f(x) = a^x$ es inyectiva.
- La gráfica de la función exponencial es creciente cuando $a > 1$ y es decreciente cuando $0 < a < 1$.
- La gráfica de una función exponencial pasa por el punto $(0, 1)$ ya que $a^0 = 1$, además pasa por el punto $(1, a)$ ya que $a^1 = a$.

A continuación, se muestran dos funciones exponenciales.



Ejemplos:

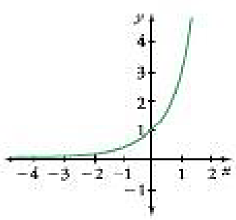
1. Trazar un bosquejo de la gráfica de la función $f(x) = 3^x$..

Primero, se calculan las imágenes de algunos valores de x pertenecientes al dominio de $f(x) = 3^x$, con los cuales se elabora la siguiente tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9

Luego, es importante tener en cuenta que se construyó la tabla de valores con $-2, -1, 0, 1, 2$, y que estos no son los únicos valores que se pueden evaluar para construir tablas de valores.

Finalmente, en la gráfica se observa que la función es creciente ya que $a = 3$ y $3 > 1$. Además, el dominio son los números reales y el rango son los números reales positivos.



2. La cantidad de masa de un elemento radiactivo en un tiempo t está dado por $m(t) = m_0e^{-rt}$, donde m_0 es la cantidad de masa inicial, r es la tasa de desintegración y e es la constante de Euler, la cual tiene un valor que se aproxima a 2,7182.

Si para el cesio 137, la cantidad de masa que se desintegra en t años es $m(t) = 10e^{-0,02311t}$, con una cantidad inicial de 10 g, ¿qué cantidad de cesio 137 se tendrá en 80 años?

Para determinar la cantidad de cesio que se tendrá en 80 años, se remplaza t por 80 en la función, así:

$$m(80) = 10e^{-0,02311(80)}$$

Luego, se realizan las operaciones.

$$m(80) = 1,5743$$

Por tanto, la cantidad de cesio dentro de 80 años es 1,5743 g.

Función logarítmica

Una función logarítmica es una función de variable real cuya expresión algebraica es $f(x) = Log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$.

Así, en la ecuación $Log_a x = y$ se tiene que y es el exponente al cual debe elevarse a para obtener x.

Las características principales de la función logarítmica $f(x) = Log_a x$ son:

- $Dom\ f = \mathbb{R}^+$ y $Ran\ f = \mathbb{R}$. Además, la función $f(x) = Log_a x$ es inyectiva.
- La gráfica de la función logarítmica es creciente cuando $a > 1$ y decreciente cuando $0 < a < 1$.
- La gráfica de la función logarítmica pasa por los puntos $(1, 0)$ y $(a, 1)$ ya que $Log_a 1 = 0$ y $Log_a a = 1$.

Ejemplos:

1. Elaborar una tabla de valores para $f(x) = \text{Log}_5\, x$. Luego, trazar un bosquejo de su gráfica.

Para establecer la tabla de valores se usa la calculadora. Como en algunas calculadoras solo se encuentran las funciones Log y Ln, que sirven para calcular logaritmos cuyas bases son 10 y e, respectivamente, no hay una función de la calculadora que permita calcular directamente el logaritmo cuya base es 5.

Para solucionar este inconveniente, se realiza un cambio de base, utilizando la expresión:

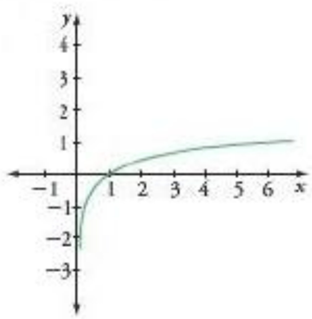
$$\text{Log}_a\, x = \frac{\text{Log}\, x}{\text{Log}\, a};\ a \neq 1$$

Así, para calcular $\text{Log}_5\, 4$ se cambia a base 10, con lo cual se tiene que:

$$\text{Log}_5\, 4 = \frac{\text{Log}\, 4}{\text{Log}\, 5} = 0,86$$

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede elaborar una tabla de valores y un bosquejo de la gráfica.

x	$f(x)$
0,25	−0,86
0,5	−0,43
1	0
2	0,43
5	1



2. El pH de una solución acuosa se define por la expresión $\text{pH} = -\text{Log}\,[H^+]$, donde $[H^+]$ indica la concentración en mol/L de iones de hidrógeno en la solución y la base de logaritmo Log es 10. En el análisis de una solución particular, un ingeniero encontró que la concentración de iones de hidrógeno era $[H^+] = 5,4 \cdot 10^{-8}$ mol/L.

El pH es importante en la tierra de los jardines.

Para determinar el pH de la solución, se aplican las propiedades de los logaritmos, así:

$$\text{pH} = -\text{Log}\,[H^+]$$

$$\begin{aligned}\text{pH} &= -\text{Log}\,(5,4 \cdot 10^{-8})\\ &= -\text{Log}\, 5,4 - \text{Log}\, 10^{-8}\\ &= -\text{Log}\, 5,4 + 8\, \text{Log}\, 10\\ &= -0,73 + 8\\ &= 7,26\end{aligned}$$

Por tanto, el pH de la solución es 7,26.

3. Práctica / Transferencia

Se les pide a los estudiantes que se asocien en parejas para realizar las siguientes actividades:

ACTIVIDAD

1. Identifica cuáles de las siguientes son funciones exponenciales o logarítmicas. Luego, determina si son crecientes o decrecientes.
   - **a.** $f(x) = 100^x$
   - **b.** $f(x) = (-6)^x$
   - **c.** $f(x) = -5^x$
   - **d.** $f(x) = x^6$
   - **e.** $f(x) = Log_3(x+1)$
   - **f.** $f(x) = Log_{0,9}(x-2)$
   - **g.** $f(x) = Log_3 x$
   - **h.** $f(x) = Log_x x$
2. Realiza la gráfica de las funciones exponenciales.
   - **a.** $f(x) = 4^x$
   - **b.** $f(x) = 4^{-x}$

- **c.** $f(x) = 4^{x+1}$
- **d.** $f(x) = -4^{x}$

3. Realiza la gráfica de las funciones logarítmicas.

- **a.** $f(x) = Log_4 x$
- **b.** $f(x) = Log_4(x+1)$
- **c.** $f(x) = Log_4(x-1)$
- **d.** $f(x) = 1 + Log_4 x$

4. Cierta sepa de bacterias se divide cada tres horas. Si una colonia comienza con 50 bacterias, entonces, el tiempo t (en horas) requerido para que la colonia crezca a N bacterias se expresa como

$$t = 3\frac{Log_{10}\left(\frac{N}{50}\right)}{Log_{10}2}$$

Halla el tiempo que se necesita para que la colonia crezca a un millón de bacterias.

4. Descripción de la Evaluación y Valoración/cierre

Para la evaluación se tendrá en cuenta:

Criterio	Porcentaje sobre nota
Participación en clase	10%
Presentación de la actividad	50%
Sustentación	40%

La máxima nota será de 10 puntos.